

香港大學心理學系 認知發展研究所

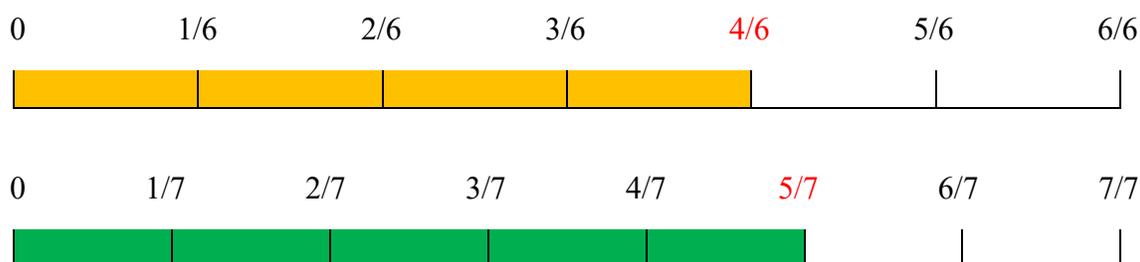
分數尺的理念背景

分數是其中一個最重要的數學課題之一。在各數學課題中，小學生分數的成績最能預測他們在中學時的整體數學成績 (Siegler et al., 2012)。故此，分數又被稱為是學習數學的其中一個重要關鍵 (Booth & Newton, 2012)。

然而，怎樣教分數才是最有效的？現時的數學課程，大多採用面積法教授分數。每當到分數的課堂時，學生見得最多的食物便是薄餅，因為老師經常會以薄餅做例子，一個薄餅分成4份，你要其中的1份，便是 $1/4$ 個薄餅。這種方法具體地顯示了分數和它們的代表值。

但這種方法有甚麼缺點呢？它的其中一個缺點，就是比較難表達假分數。為甚麼將一個薄餅切成4份，而你可以拿走當中的5份？雖然薄餅切割法能具體地顯示了分數和它們的代表值，但因為現實的限制，這種方法在學生在深入地了解分數時，反而成為了他們的障礙。

有見及此，教育心理學家在近年提出了以數線法去教分數，因為數線這種呈現模式比較接近我們代表數字時的心理表徵 (Hamdan & Gunderson, 2017)。這個方法會以一條橫向的數線為基礎，數線的最左邊是0，右邊可以是任何數字。如果學生初學分數，建議數線的最右邊為1。要表達一個分數，例如 $4/6$ ，首先要將該數線平均分成6等分，而 $4/6$ 的位置應在第4個等分之後 (參考下圖)。這個方法同樣地能夠讓學生清楚地看見分數和它們的代表值。而使用數線方法的好處是數線能夠延伸，所以表達假分數也不會造成理解方面的困難。除此之外，運用數線亦能讓學生更容易比較到分數的大小。只要兩條數線上下並排，我們就很容易知道 $4/6$ 比 $5/7$ 小。



為證實這種教學法的效用，提出數線教學法的心理學家進行多次實驗，當中發現接受數線教學法的學生，他們對分數的理解比接受面積教學法的學生更好 (Gunderson et al., 2019)。後來的研究更將這種教學法伸延至教授分數加法上 (Braithwaite & Siegler, 2021)。

由以上的文獻可見，數線教學法比面積教學法更為有效。然而，現時香港的分數教學多以面積教學法為主。因此，本研究所希望以分數尺作為引子，推動數線教學法在分數教學上的應用。

分數尺的應用

分數尺教材套中包含了一系列的分數條（2條 $\frac{1}{2}$ ，3條 $\frac{1}{3}$ ，如此類推）和一塊白板。要代表分數時，可把適當的分數條放在白板上。例如要表達 $\frac{5}{7}$ ，可以把5條 $\frac{1}{7}$ 的分數條，由0開始頭接尾地放入數線尺上，分數條的終點位置便顯示了 $\frac{5}{7}$ 的所在位置。過程中，學生亦知道 $\frac{5}{7}$ 即是5個 $\frac{1}{7}$ 組合而成。

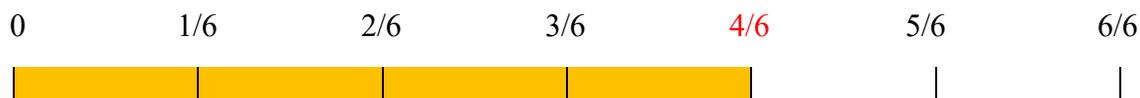
利用同樣的原理，我們可以把兩列分數條上下並排，以輕易地比較分數的大小。例如下圖中尺1顯示了 $\frac{5}{7}$ ，尺2顯示了 $\frac{4}{6}$ ，由於 $\frac{5}{7}$ 比 $\frac{4}{6}$ 更接近1，我們便知道 $\frac{5}{7}$ 比 $\frac{4}{6}$ 大。而通過比較尺2（ $\frac{4}{6}$ ）和尺3（ $\frac{2}{3}$ ），學生亦很容易看到 $\frac{4}{6}$ 和 $\frac{2}{3}$ 的值是一樣的。

總括而言，分數尺提供了一個媒介，讓學生清楚地看得見分數所代表的數值。我們希望藉分數尺將分數由抽象的概念變成可看見的實物，讓學生更容易理解數學。

尺1



尺2



尺3



參考書目：

- Booth, J. L., & Newton, K. J. (2012). Fractions: Could they really be the gatekeeper's doorman? *Contemporary Educational Psychology*, 37(4), 247–253. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.07.001>
- Braithwaite, D. W., & Siegler, R. S. (2021). Putting Fractions Together. *Journal of Educational Psychology*, 113(3), 556-571. <https://doi.org/10.1037/edu0000477>
- Gunderson, E. A., Hamdan, N., Hildebrand, L., & Bartek, V. (2019). Number line unidimensionality is a critical feature for promoting fraction magnitude concepts. *Journal of Experimental Child Psychology*, 187, 104657. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.06.010>
- Hamdan, N., & Gunderson, E. A. (2017). The number line is a critical spatial-numerical representation: Evidence from a fraction intervention. *Developmental Psychology*, 53(3), 587–596. <https://doi.org/10.1037/dev0000252>
- Siegler, R. S., Duncan, G. J., Davis-Kean, P. E., Duckworth, K., Claessens, A., Engel, M., Susperreguy, M. I., & Chen, M. (2012). Early Predictors of High School Mathematics Achievement. *Psychological Science*, 23(7), 691–697. <https://doi.org/10.1177/0956797612440101>